

Pembelajaran 5. Statistika dan Peluang

Sumber: Modul Pendidikan Profesi Guru
Modul 2 Pendalaman Materi Matematika
Penulis: Andhin Dyas Fioiani, M. Pd.

A. Kompetensi

1. Menguasai pengetahuan konseptual dan prosedural serta keterkaitan keduanya dalam konteks materi statistika (penyajian data, ukuran pemusatan data, ukuran penyebaran data, nilai baku, permutasi, kombinasi, dan peluang).
2. Mampu menggunakan pengetahuan konseptual dan prosedural serta keterkaitan keduanya dalam pemecahan masalah matematika serta kehidupan sehari-hari terkait penyajian data, ukuran pemusatan, ukuran penyebaran, nilai baku, permutasi, kombinasi, dan peluang.

B. Indikator Pencapaian Kompetensi

1. Menganalisis data statistik secara deskriptif.
2. Menganalisis penyajian data dalam bentuk tabel, diagram ataupun grafik.
3. Menganalisis ukuran pemusatan (mean, median, dan modus) dari data statistik.
4. Menganalisis ukuran penyebaran (range, kuartil, simpangan baku dan variansi) dari data statistik.
5. Menganalisis nilai baku dari data statistik.
6. Memecahkan masalah sehari-hari berkaitan dengan teknik membilang, permutasi, kombinasi, dan peluang.

C. Uraian Materi

Pada uraian materi ini akan dibahas tentang statistik, statistika, data, penyajian data, distribusi frekuensi, distribusi frekuensi relatif, dan ukuran penyebaran data serta nilai baku dan peluang

1. Materi 1 Statistik, Statistika, dan Data

Pada materi 1 ini, akan dibahas tentang statistik, statistika, dan data.

a. Pengertian Statistik dan Statistika

Statistik adalah kesimpulan fakta berbentuk bilangan yang disusun dalam bentuk daftar atau tabel yang menggambarkan suatu kejadian. Data yang diperoleh dari hasil pengamatan disusun dan disajikan dalam bentuk bilangan-bilangan pada sebuah daftar atau tabel, inilah yang dinamakan dengan statistik. Statistik juga melambangkan ukuran dari sekumpulan data dan wakil dari data tersebut. Contohnya dalam kehidupan sehari-hari sering kita dengar kasus seperti: Di jalan tol setiap bulan terjadi 25 kali kecelakaan mobil; uang saku murid SD sekitar Rp10.000 rupiah; ada 5% dari jumlah lulusan Sekolah Dasar di Indonesia tidak melanjutkan lagi ke jenjang berikutnya dan sebagainya.

Sekumpulan data yang digunakan untuk menjelaskan masalah dan menarik kesimpulan yang benar tentunya harus melalui beberapa proses, yaitu meliputi proses pengumpulan data, pengolahan data, dan penarikan kesimpulan. Untuk itu kita memerlukan pengetahuan tersendiri yang disebut dengan statistika. Statistika adalah ilmu pengetahuan yang berhubungan dengan cara-cara pengumpulan data, pengolahan data, penganalisisan data, dan penarikan kesimpulan berdasarkan data yang ada. Statistika juga dapat diartikan sebagai metode ilmiah yang mempelajari pengumpulan, perhitungan, penggambaran dan penganalisisan data, serta penarikan kesimpulan berdasarkan penganalisisan yang dilakukan.

b. Data

Data merupakan sejumlah informasi yang dapat memberikan gambaran tentang suatu keadaan atau masalah, baik yang berupa bilangan maupun yang berbentuk kategori, misalnya: baik, buruk, tinggi, rendah dan sebagainya. Data dikatakan baik apabila memenuhi beberapa persyaratan sebagai berikut.

- 1) Objektif, artinya data yang dikumpulkan harus dapat menggambarkan keadaan yang sebenarnya.
- 2) Relevan, artinya data yang dikumpulkan mempunyai kaitan dengan permasalahan yang akan diteliti.

- 3) Sesuai zaman (up to date), artinya data tidak boleh ketinggalan zaman (usang), dengan berkembangnya waktu dan teknologi maka menyebabkan suatu kejadian dapat mengalami perubahan dengan cepat.
- 4) Representatif, artinya data yang dikumpulkan melalui teknik sampling
- 5) Harus dapat mewakili dan menggambarkan keadaan populasinya.
- 6) Dapat dipercaya, artinya data yang dikumpulkan diperoleh dari sumber data yang tepat.

c. Macam-Macam Data

Macam-macam data diantaranya membahas tentang sifat data, menurut cara memperoleh data, dan menurut sumber data.

1) Menurut Sifat Data

Menurut sifatnya, data dibagi menjadi data kualitatif dan data kuantitatif. Data kualitatif adalah data yang tidak berbentuk bilangan, tetapi berbentuk kategori atau atribut. Contoh data kuantitatif antara lain banyak siswa SD di Kecamatan Sukawangi ada 1745 orang, tinggi rerata siswa SD Kelas II adalah 120 cm dan sebagainya. Contoh data kualitatif antara lain baik, buruk, tinggi, rendah, besar, kecil, cukup, dan sebagainya. Data kuantitatif adalah data yang berbentuk bilangan.

Data kuantitatif dibagi menjadi dua bagian yaitu data diskrit dan data kontinu. Data diskrit adalah data yang diperoleh dengan cara menghitung atau membilang. Contoh data diskrit adalah banyak siswa kelas III SD Sukawangi ada 35 siswa. Data kontinu adalah data yang diperoleh dengan cara mengukur. Contoh data kontinu adalah tinggi badan Andi adalah 145 cm.

2) Menurut Cara Memperoleh Data

Menurut cara memperoleh data, data dibagi menjadi data primer dan data sekunder. Data primer adalah data yang dikumpulkan langsung pada sumber datanya. Contoh data primer adalah seorang guru ingin mengetahui kemampuan pemahaman siswa, untuk itu guru memberikan tes pemahaman langsung kepada siswa. Data sekunder adalah data yang dikumpulkan tidak langsung dari sumber datanya tetapi melalui pihak lain. Contoh data sekunder misalnya data peringkat

literasi siswa yang telah dirangkum oleh INAP (Indonesia National Assessment Program).

3) Menurut Sumber Data

Menurut sumber data, data dibagi menjadi data internal dan data eksternal. Data internal adalah data yang menggambarkan keadaan dalam suatu organisasi itu sendiri. Contoh data internal suatu sekolah adalah data kepala sekolah, data guru, data siswa dan sebagainya. Data eksternal adalah data yang menggambarkan keadaan di luar organisasi itu. Contoh data eksternal adalah data yang menggambarkan faktor-faktor yang mempengaruhi suatu sekolah, seperti data mengenai pendapatan orang tua siswa, data pekerjaan orang tua siswa, dan lain-lain.

2. Materi 2 Penyajian Data

Mengajarkan penyajian data untuk siswa dapat kita mulai dari hal-hal yang sederhana dan dekat dengan siswa. Siswa dapat kita minta untuk mendata banyak siswa laki-laki dan perempuan di suatu kelas tertentu. Selain itu kita dapat meminta siswa untuk mendata banyak buku yang dibawa oleh setiap siswa, mendata tinggi badan siswa, berat badan siswa, dan lain-lain. Lebih jelasnya dapat dilihat pada uraian di bawah ini.

a. Penyajian Data dalam Bentuk Tabel

Berikut ini diberikan beberapa contoh dan cara menyajikan data dalam bentuk tabel daftar statistik. Macam-macam tabel daftar statistik yang telah dikenal diantaranya adalah sebagai berikut.

1) Tabel Daftar Baris Kolom

Tabel daftar baris kolom merupakan penyajian data dalam bentuk tabel dengan susunan baris dan kolom yang saling berhubungan. Misalkan kita meminta siswa untuk menanyakan dan mendata banyak siswa laki-laki dan perempuan kelas I, II, III, IV, V, dan VI SD Cicarita pada wali kelas masing-masing. Data yang siswa peroleh dapat disajikan dalam tabel daftar baris dan kolom. Berikut adalah contoh tabel daftar baris kolom.

Tabel 10 Banyak Siswa Kelas IV SD Cicarita Tahun Ajaran 2018/2019

Kelas	Semester Ganjil		Semester Genap	
	Laki-Laki	Perempuan	Laki-Laki	Perempuan
I	21	19	21	21
II	18	17	20	17
III	23	21	22	21
IV	16	20	17	20
V	18	18	19	20
VI	19	21	19	21
JUMLAH	115	116	118	120

Catatan : data fiktif

2) Tabel Daftar Kontingensi

Tabel kontingensi merupakan tabel yang dapat digunakan untuk mengukur hubungan (asosiasi) antara dua variabel kategorik. Tabel kontingensi merangkum frekuensi pada setiap kategori variabel. Data yang terdiri atas dua variabel dimana setiap variabel terdiri atas m katagori dan variabel yang lain terdiri dari n katagori. Dapat dibuat daftar kontingensi berukuran $m \times n$ dimana m menyatakan baris dan n menyatakan kolom. Untuk membuat tabel daftar kontingensi, kita meminta siswa secara berkelompok untuk mendata banyak siswa yang bersekolah pada jenjang SD, SMP, dan SMA di wilayah RTnya masing- masing. Misalkan data yang didapat oleh siswa dirangkum pada tabel daftar kontingensi sebagai berikut.

Tabel 11 Jumlah Siswa di Wilayah RT 03 RW 14 Kelurahan Sukamandi menurut Jenjang Sekolah dan Jenis Kelamin Tahun Ajaran 2019/2020

Jenis Kelamin	Tingkat Sekolah			Jumlah
	SD	SMP	SMA	
Laki-Laki	6	8	9	23
Perempuan	11	6	8	25
Jumlah	17	14	17	48

Catatan : data fiktif

3) Tabel Daftar Distribusi Frekuensi

Data kuantitatif dapat dibuat menjadi beberapa kelompok atau kelas dan disajikan dalam bentuk tabel. Pembelajaran yang dapat dilakukan di kelas untuk mengenalkan penyajian data menggunakan tabel distribusi frekuensi kepada siswa, kita dapat mengajak siswa untuk mendata nilai matematika siswa kelas IV. Misalkan diperoleh data sebagai berikut:

90, 100, 85, 95, 75, 85, 80, 95, 70, 85, 75, 95, 90, 100, 90, 85, 75, 100, 80, 95, 100, 95, 75, 95, 85, 90, 70, 85, 75, 95, 85, 90, 75, 100, 95.

Tabel distribusi frekuensi dari data tersebut adalah:

Tabel 12 Nilai Matematika Siswa Kelas IV SD Sukamaju

NILAI	FREKUENSI
70	2
75	6
80	2
85	7
90	5
95	8
100	5
Jumlah	35

Catatan: data fiktif

b. Penyajian Data Dalam Bentuk Diagram

Tujuan dari menyajikan data statistik dalam bentuk diagram adalah untuk memudahkan dalam memberikan informasi secara visual. Terdapat bermacam-macam bentuk diagram, yaitu diagram lambang, diagram batang, dan diagram lingkaran.

1) Diagram Lambang

Diagram lambang digunakan untuk menyajikan data statistik dalam bentuk gambar-gambar dengan ukuran tertentu yang menunjukkan jumlah masing-masing data. Misalkan kita meminta siswa untuk mendata banyak buku yang terdapat di perpustakaan sekolah, data yang diperoleh siswa dirangkum pada tabel 13 berikut.

Tabel 13 Jumlah Buku di Perpustakaan SD Sukarame

Jenis buku	Jumlah
Kamus Cerita	30
Fabel	40
Pengetahuan	70
Dongeng	50
Agama	60
Jumlah	250

Data dari tabel tersebut dapat kita ubah dalam diagram lambang menjadi seperti berikut ini.

Tahun	Banyak Mobil
Agama	
Cerita Fabel	
Pengetahuan	
Kamus Dongeng	
Agama	

Keterangan :  : mewakili 10 buku

Diagram 1 Jumlah Buku di Perpustakaan SD Sukarame

2) Diagram Batang

Diagram batang dapat digunakan untuk membandingkan banyak suatu data dengan data yang lain. Misalkan guru dan siswa mendata banyak siswa yang ada di SD Sukamaju Semester Ganjil Tahun 2019/2020, data yang diperoleh guru dan siswa dirangkum pada Tabel 14.

Tabel 14 Jumlah Siswa SD Sukamaju Semester Ganjil Tahun Ajaran 2019/2020

Kelas	Jumlah Siswa
I	31
II	32
III	33
IV	31
V	32
Jumlah	159

Dari Tabel 14 selanjutnya akan disusun dalam diagram batang seperti berikut ini.

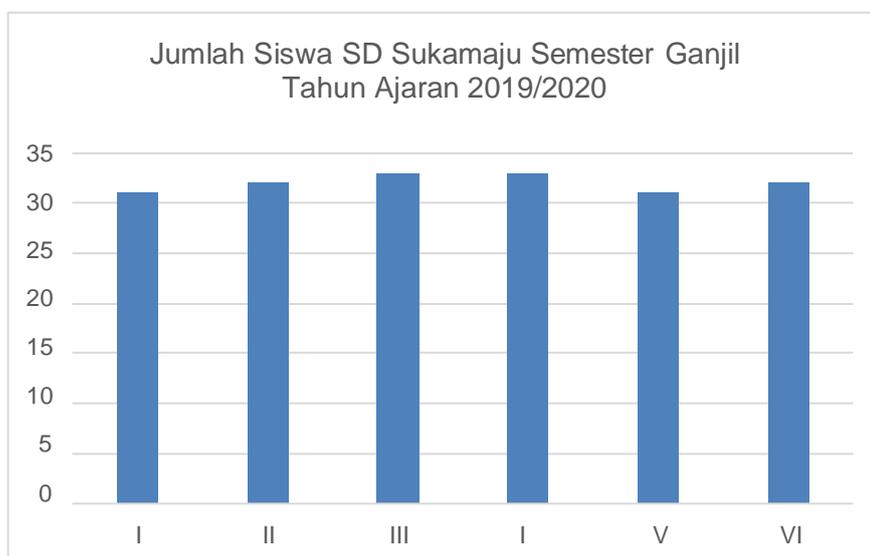


Diagram 2 Jumlah Siswa SD Sukamaju Semester Ganjil
Tahun Ajaran 2019/2020

Penyajian diagram batang, selain tampak pada Diagram 2 juga dapat menyajikan dua atau lebih data untuk menyatakan nilai dalam satu waktu tertentu. Perhatikan contoh Tabel 15 berikut ini.

Tabel 15 Banyak Siswa SD Sukamaju Semester Ganjil
Tahun Ajaran 2019/2020

Kelas	Banyak Siswa	
	Laki-Laki	Perempuan
I	17	14
II	21	11
III	15	18
IV	16	17
V	18	13
VI	14	18

Diagram batang dari Tabel 15 tersebut sebagai berikut.

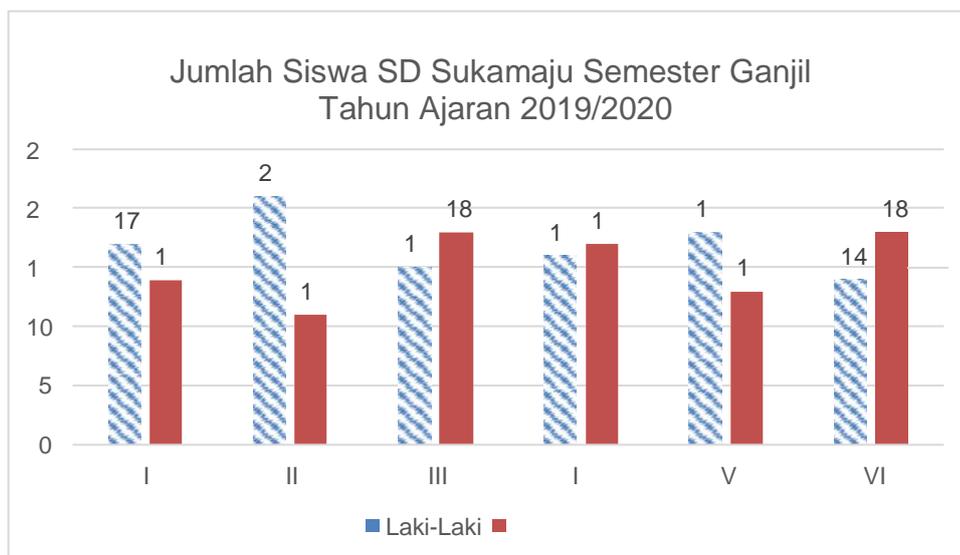


Diagram 3 Banyak Siswa SD Sukamaju Semester Ganjil
Tahun Ajaran 2019/2020

3) Diagram Lingkaran

Diagram lingkaran merupakan sebuah penyajian data dalam bentuk lingkaran didasarkan pada pembagian sebuah lingkaran dalam beberapa bagian sesuai dengan jenis data yang akan disajikan.

Contoh:

Tabel 16 Banyak Siswa SD Sukamaju Semester Ganjil Tahun Ajaran 2019/2020

Kelas	Banyak Siswa		Jumlah
	Laki-Laki	Perempuan	
I	17	14	31
II	21	11	32
III	15	18	33
IV	16	17	33
V	18	13	31
VI	14	18	32
Jumlah	101	91	192

Berdasarkan Tabel 14 tersebut dapat dibuat diagram lingkaran sebagai berikut.

Diagram lingkaran banyak siswa laki-laki.

Sebelum menggambar diagram batang banyak siswa laki-laki, maka kita akan menentukan dulu besar daerah dari masing-masing kelas.

$$\text{Kelas } n : \frac{\text{banyaknya data pada kelas } n}{\text{banyak data seluruhnya}} \times 100\% \text{ atau}$$

$$\text{Kelas } n : \frac{\text{banyaknya data pada kelas } n}{\text{banyak data seluruhnya}} \times 360^\circ$$

$$\text{Kelas 1} : \frac{17}{101} \times 100\% = 16,83\% \approx 17\% \text{ atau}$$

$$\text{Kelas 1} : \frac{17}{101} \times 360^\circ = 60,59\%$$

Coba Anda cari untuk kelas yang lain!

Setelah mendapat besar bagian setiap kelas, maka diagram lingkarannya adalah sebagai berikut!

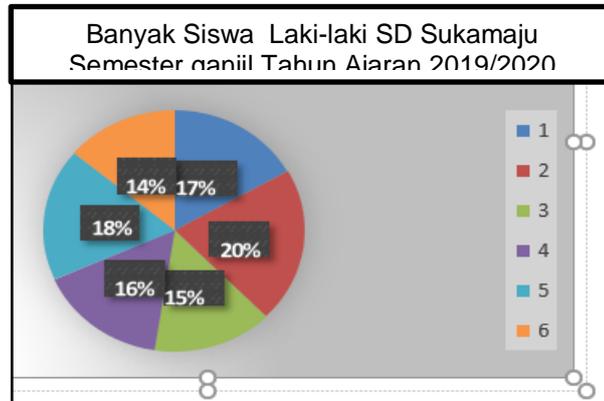


Diagram 4 Banyak Siswa Laki-Laki SD Sukamaju Semester Ganjil Tahun Ajaran 2019/2020

Selanjutnya, coba Anda buat diagram lingkaran untuk menyatakan banyak siswa perempuan SD Sukamaju semester ganjil tahun 2019/2020 dan diagram lingkaran untuk menyatakan banyak siswa keseluruhan SD Sukamaju semester ganjil tahun ajaran 2019/2020. Coba Anda lihat dan cocokkan hasil yang Anda buat dengan diagram berikut ini.



Diagram 5 Banyak Siswa Perempuan SD Sukamaju Semester Ganjil Tahun Ajaran 2019/2020

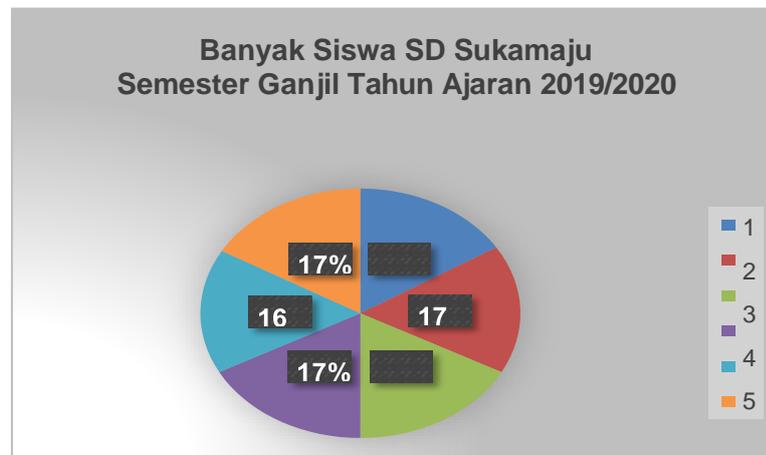


Diagram 6 Banyak Siswa SD Sukamaju Semester Ganjil
Tahun Ajaran 2019/2020

3. Materi 3 Distribusi Frekuensi

Distribusi frekuensi adalah suatu susunan data mulai dari data terkecil sampai dengan data terbesar dan membagi banyaknya data menjadi beberapa kelas. Proses membuat sebuah tabel distribusi frekuensi, terdapat beberapa istilah yang perlu diketahui adalah sebagai berikut.

- a. **Interval kelas:** yaitu banyak data yang dikelompokkan dalam bentuk rentang (interval) $a-b$, dimana data dimulai dari yang bernilai a sampai dengan data yang bernilai b . Data diurutkan dari terkecil sampai dengan terbesar, secara berurutan mulai kelas interval pertama sampai dengan interval terakhir.
- b. **Frekuensi:** yaitu banyaknya data pada suatu kelas interval tertentu. Banyak kelas dapat ditentukan dengan menggunakan aturan Sturges, $k = 1 + 3,3 \log n$.
- c. **Batas kelas interval:** yaitu bilangan yang terletak di sebelah kiri dan kanan suatu kelas interval, meliputi batas bawah dan batas atas.
- d. **Panjang kelas interval:** yaitu selisih antara dua tepi bawah yang berurutan.
- e. **Tepi kelas interval;** Tepi kelas interval dibagi menjadi 2, yaitu tepi atas dan tepi bawah. Tepi bawah kelas interval = batas bawah $- 0,5$, dan tepi atas kelas interval = batas atas $+ 0,5$ (untuk data yang dicatat sampai dengan satu satuan, untuk data hingga satu desimal batas bawah yaitu ujung bawah dikurangi $0,05$ dan batas atas yaitu ujung atas ditambah $0,05$, jika tercatat

hingga dua desimal maka angka pengurang/penambahnya menjadi 0,005 dan begitu seterusnya).

- f. **Nilai Tengah:** yaitu nilai data yang diambil sebagai wakil dari kelas interval itu yaitu dengan menggunakan rumus:

$$\frac{1}{2} (\text{ujung bawah} + \text{ujung atas}).$$

Perhatikan data nilai siswa berikut ini, misalkan kita mempunyai kumpulan data nilai tentang pelajaran matematika dari sebanyak 80 siswa, dan kita akan membuat tabel distribusi frekuensinya.

Tabel 17 Data nilai matematika dari 80 siswa

75	84	68	82	68	90	62	88	93	76
88	79	73	73	61	62	71	59	75	85
75	65	62	87	74	93	95	78	72	63
82	78	66	75	94	77	63	74	60	68
89	78	96	62	75	95	60	79	71	83
67	62	79	97	71	78	85	76	65	65
73	80	65	57	53	88	78	62	76	74
73	67	86	81	85	72	65	76	75	77

Untuk membuat distribusi frekuensi, langkah-langkahnya adalah sebagai berikut.

a. Menentukan rentang (jangkauan).

Rentang atau jangkauan adalah selisih antara data terbesar dengan data terkecil. Menentukan rentang dapat menggunakan rumus berikut ini:

$$r = x_{max} - x_{min}$$

Keterangan :

r = rentang

x_{max} = data terbesar

x_{min} = data terkecil

Contoh :

Rentang dari data nilai matematika 80 siswa adalah:

$$r = x_{max} - x_{min}$$

$$x_{max} = \text{data terbesar} = 97$$

$$x_{min} = \text{data terkecil} = 53$$

$$r = 97 - 53 = 44$$

b. Menentukan banyak kelas interval.

Banyak kelas harus dibuat sedemikian rupa agar semua data nilai bisa tercakup pada kelas interval. Bila kelas intervalnya terlalu sedikit maka informasi yang diberikan akan menjadi tidak lengkap. Jumlah kelas yang sedikit mengakibatkan interval kelasnya menjadi besar sehingga variasi yang terinci secara individual akan hilang, atau sebaliknya bila jumlah interval terlalu banyak maka perhitungan menjadi tidak praktis dan pola frekuensinya menjadi kosong. Untuk menetapkan banyak kelas interval, dapat digunakan aturan *Sturges* yaitu:

$$k = 1 + 3.3 \log n$$

Keterangan:

k = banyak kelas

n = banyak data

Perhatikan kembali data nilai matematika siswa pada tabel 17 di atas. Dari data nilai matematika tersebut diperoleh:

$$k = 1 + (3.3) \log 80$$

$$k = 1 + (3.3) (1.9031)$$

$$k = 1 + 6.3 = 7.3 \text{ (dibulatkan menjadi 7)}$$

Banyak kelas interval dari data nilai matematika tersebut adalah 7 kelas.

c. Panjang kelas interval.

Panjang kelas interval adalah rentang dibagi dengan banyaknya kelas. Maka untuk menentukan panjang kelas interval ini digunakan rumus:

$$\text{Panjang kelas} = \frac{\text{Rentang}}{\text{banyak kelas}}$$

Perhatikan kembali contoh data nilai matematika pada halaman 17. Dari data nilai matematika di atas, dari data nilai tersebut dapat diperoleh:

$$\text{Rentang} = 97 - 53 = 44$$

$$\text{Banyak kelas } (k) = 7$$

$$\text{Panjang kelas} = \frac{44}{7} = 6,29 \text{ dibulatkan menjadi } 7$$

d. Batas bawah kelas pertama.

Memilih batas bawah kelas pertama dapat dilakukan dengan memilih nilai terkecil dari suatu data atau nilai yang lebih kecil dari data terkecil (dengan catatan selisihnya harus kurang dari panjang kelas).

Sebagai contoh, pada penyusunan tabel frekuensi untuk data nilai matematika, kita akan memilih 52 sebagai batas bawah kelas pertama (catatan: Anda boleh memilih bilangan yang lain sebagai tepi bawah kelas pertama). Perhatikan Tabel 18 berikut ini.

Tabel 18 Distribusi Frekuensi Nilai Matematika

Nilai	Turus	Frekuensi
52 - 58	II	2
59 - 65	- -	16
66 - 72	II	12
73 - 79	II	27
80 - 86	-	10
87 - 93		8
94 - 100		5
Jumlah		80

4. Materi 4 Distribusi Frekuensi Relatif

Distribusi frekuensi relatif yaitu frekuensi dari sebuah daftar distribusi yang dinyatakan dalam bentuk persen. Frekuensi relatif dapat dihitung dengan rumus:

$$\text{Frekuensi Relatif} = \frac{\text{Frekuensi pada kelas ke } - n}{\text{Jumlah Frekuensi}} \times 100\%$$

Perhatikan data pada Tabel 19, frekuensi relatif dari setiap kelas dihitung seperti di bawah inil.

$$\text{Frekuensi relatif kelas pertama: } \frac{2}{80} \times 100\% = 2,5 \%$$

$$\text{Frekuensi relatif kelas pertama: } \frac{16}{80} \times 100\% = 20 \%$$

Coba Anda tentukan frekuensi relatif pada kelas yang lain!

Tabel 19 Frekuensi Relatif Data Nilai Matematika Siswa

Nilai	Frekuensi	Frekuensi Relatif (%)
52 – 58	2	2,50
59 - 65	16	20,00
66 - 72	12	15,00
73 - 79	27	33,75
80 - 86	10	12,50
87 - 93	8	10,00
94 – 100	5	6,25
Jumlah	80	100,00

5. Materi 5 Ukuran Pemusatan Data

Ukuran pemusatan data adalah nilai dari data yang dapat memberikan gambaran yang lebih jelas dan singkat mengenai keadaan pusat data yang dapat mewakili seluruh data. Ukuran pemusatan data meliputi mean (rerata), median, dan modus.

a. Rerata (mean)

Rerata atau mean merupakan salah satu ukuran gejala pusat. Rerata dapat dikatakan sebagai wakil kumpulan data. Menentukan rerata data tunggal dapat

diperoleh dengan cara menjumlahkan seluruh nilai data dan membagi dengan banyak data, atau dapat ditulis dengan rumus:

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n} = \frac{\text{Jumlah seluruh data}}{\text{Banyak data}}$$

Keterangan: \bar{x} = rerata

$\sum x$ = jumlah seluruh data

n = banyak data

Contoh 1:

Hitung rerata dari 6, 5, 9, 7, 8, 8, 7, 6.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \frac{\sum X}{n} \\ \bar{X} &= \frac{5 + 6 + 6 + 7 + 7 + 8 + 8 + 9}{8} \\ \bar{X} &= \frac{56}{8} \\ \bar{X} &= 7\end{aligned}$$

Contoh 2:

Perhatikan Tabel 20 berikut ini.

Tabel 20 Nilai Matematika Siswa Kelas IV SD Sukamaju

Nilai	Frekuensi
70	2
75	6
80	2
85	7
90	5
95	8
100	5
Jumlah	35

Tentukanlah rerata nilai matematika siswa kelas IV SD Sukamaju!

Untuk menentukan nilai rerata data pada Tabel 18, kita dapat menjumlahkan semua data dibagi banyak data, atau kita dapat menggunakan rumus:

$$\bar{X} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$$

Keterangan:

\bar{x} = rerata

f_i = frekuensi data ke - i

x_i = data kelas ke - i

$f_i x_i$ = hasil kali data kelas ke - i dengan frekuensi data ke - i

Tabel 21 Nilai Matematika Siswa Kelas IV SD Sukamaju

Nilai (x_i)	Frekuensi (f_i)	$f_i x_i$
70	2	140
75	6	450
80	2	160
85	7	595
90	5	450
95	8	760
100	5	500
Jumlah	35	3055

$$\bar{X} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$$

$$\bar{X} = \frac{3055}{35} = 87,29$$

Contoh 3:

Terdapat 40 siswa kelas V yang mengikuti tes matematika didapat data sebagai berikut: siswa yang memperoleh nilai 4 ada 5 orang, nilai 5 ada 10 orang, nilai 6 ada 12 orang, nilai 7 ada 8 orang, nilai 8 ada 3 orang, dan nilai 9 ada 2 orang. Tentukan nilai rerata 40 siswa tersebut!

Penyelesaian:

Menentukan nilai rerata 40 orang siswa dapat dilakukan dengan:

$$\bar{X} = \frac{\sum fi xi}{\sum fi}$$

$$\bar{X} = \frac{(4 \times 5) + (5 \times 10) + (6 \times 12) + (7 \times 8) + (8 \times 3) + (9 \times 2)}{40}$$

$$\bar{X} = \frac{20 + 50 + 72 + 56 + 24 + 18}{40} = \frac{240}{40} = 6$$

Contoh 4:

Pada sebuah kelas terdapat 16 siswa laki-laki dan 14 siswa perempuan. Nilai rerata tes siswa laki-laki adalah 7,85 dan nilai rerata tes siswa perempuan adalah 8,06. Berapakah nilai rerata 30 siswa tersebut?

Penyelesaian:

Menentukan nilai rerata 30 siswa tersebut artinya bahwa kita akan mencari nilai rerata gabungan dari siswa laki-laki dan siswa perempuan.

Karena $\bar{X} = \frac{\text{Jumlah seluruh data}}{\text{Banyak data}}$, maka jumlah seluruh data = $\bar{X} \times$ banyak data.

Rerata gabungan

$$= \frac{(\bar{x}_l \times \text{banyak siswa laki} - \text{laki}) + (\bar{x}_p \times \text{banyak siswa perempuan})}{\text{Banyak siswa seluruhnya}}$$

$$\text{Rerata gabungan} = \frac{(16 \times 7,85) + (14 \times 8,06)}{30}$$

$$\text{Rerata gabungan} = \frac{(125,6) + (112,84)}{30}$$

$$\text{Rerata gabungan} = \frac{238,44}{30} = 7,948$$

Contoh 5:

Pada sebuah kelas terdapat 19 siswa laki-laki dan 17 siswa perempuan. Nilai rerata tes siswa keseluruhan adalah 8,59 dan nilai rerata tes siswa perempuan adalah 8,54. Berapakah nilai rerata siswa laki-laki?

Penyelesaian:

Berbeda dengan Contoh 4, pada contoh ini nilai rerata gabungan telah diketahui, sehingga:

$$\text{Rerata siswa laki - laki} = \frac{(\bar{X} \text{ banyak siswa}) - (\bar{X} \text{ siswa perempuan})}{\text{banyak siswa laki - laki}}$$

$$\begin{aligned}\text{Rerata siswa laki - laki} &= \frac{(36 \times 8,59) - (17 \times 8,54)}{19} \\ &= \frac{(309,24) - (145,18)}{19} \\ &= \frac{164,06}{19} = 8,63\end{aligned}$$

Bahasan selanjutnya adalah mencari nilai rerata dari data yang telah dikelompokkan dalam daftar distribusi frekuensi. Menentukan nilai rerata data yang telah dikelompokkan dapat dilakukan dengan menggunakan rumus yang melibatkan titik tengah setiap kelas yaitu:

$$\bar{X} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$$

Keterangan:

\bar{x} = rerata

f_i = frekuensi data ke - i

x_i = data kelas ke - i

$f_i x_i$ = hasil kali nilai tengah data kelas ke- i dengan frekuensi data ke- i

Contoh 6:

Tentukan nilai rerata dari data yang terdapat pada Tabel 17!

Penyelesaian:

Data pada Tabel 17 adalah sebagai berikut:

Nilai	f_i	Nilai tengah (x_i)	$f_i \times x_i$
52 – 58	2	55	110
59 - 65	16	62	992
66 - 72	12	69	828
73 - 79	27	76	2052
80 - 86	10	83	830
87 - 93	8	90	720
94 – 100	5	97	485
Jumlah	80		6017

$$\bar{X} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{6017}{80} = 7521$$

b. Median dan Kuartil

Median (Me) adalah nilai tengah dari sekumpulan data yang telah diurutkan, mulai dari data terkecil sampai dengan data terbesar atau sebaliknya. Jika banyak data merupakan bilangan ganjil, maka median terletak pada data ke- $\frac{1}{2}(n + 1)$, dan jika banyak data merupakan bilangan genap maka median terletak diantara data ke- $\frac{n}{2}$ dan data ke- $\frac{n}{2} + 1$

Contoh 7:

Tentukan median dari :

65, 70, 90, 40, 35, 45, 70, 80, 50.

Pada contoh ini banyak data yang tersedia merupakan bilangan ganjil. Setelah diurutkan datanya menjadi:

35, 40 , 45, 50, 65, 70, 70, 80, 90

Jadi $Me = 65$.

Contoh 8:

Tentukan median dari:

3, 2, 5, 2, 4, 6, 6, 7, 9, 6.

Pada contoh ini banyak data yang tersedia merupakan bilangan genap, median akan terletak diantara dua buah data.

Setelah diurutkan: 2, 2, 3, 4, 5, 6, 6, 6, 7, 9.

$$Me = \frac{5 + 6}{2} = 5,5$$

Contoh 9:

Tentukan median dari data yang terdapat pada Tabel 18!

Penyelesaian:

Data pada Tabel 18 adalah data tunggal, sehingga untuk memudahkan menentukan median, kita tentukan terlebih dahulu frekuensi kumulatifnya.

Tabel 22 Nilai Matematika Siswa Kelas IV SD Sukamaju

Nilai	Frekuensi (f)	Frekuensi kumulatif (F_k)
70	2	2
75	6	8
80	2	10
85	7	17
90	5	22
95	8	30
100	5	35

Banyak data pada Tabel 22 tersebut merupakan bilangan ganjil, maka median akan terletak pada data ke- $\frac{1}{2}(n + 1)$ atau terdapat pada data ke- $\frac{1}{2}(35 + 1)$. Karena median terletak pada data ke-18, maka median data tersebut adalah 90 (mengapa? Berdasarkan data tersebut maka data ke- 1 dan data ke-2 nilainya 70, data ke- 3 sampai data ke-8 nilainya 75, data ke-9 sampai data ke-10 nilainya 80, dan seterusnya).

Bahasan selanjutnya adalah bagaimana kita menentukan median pada data yang berkelompok. Menentukan Me data yang telah dikelompokkan dapat

menggunakan rumus: $Me = b + p \left(\frac{\frac{1}{2}n - F}{f} \right)$

Keterangan:

Me = Median.

b = Tepi bawah kelas median.

p = Panjang kelas median.

f = Frekuensi kelas median.

F = Jumlah semua frekuensi sebelum kelas median.

n = Banyak data.

Contoh 10:

Tentukanlah median pada data Tabel 17!

Penyelesaian:

Data pada Tabel 17 adalah sebagai berikut:

Nilai	f_i	f_{kum}
52 – 58	2	2
59 - 65	16	18
66 - 72	12	30
73 - 79	27	57
80 - 86	10	67
87 - 93	8	75
94 - 100	5	80
Jumlah	80	

Karena banyak data 80, maka median akan berada diantara data ke- 40 dan data ke-41 yang berada pada kelas interval 73-79 (mengapa? Karena data ke- 31 sampai data ke- 57 nilainya pada interval 73-79).

Tepi bawah kelas median (b) = $73 - 0,5 = 72,5$.

Panjang kelas (p) = 7 (**Mengapa?** Dari 73 – 79 terdapat 7 data).

$$Me = b + p \left(\frac{\frac{1}{2}n - F}{f} \right)$$

$$Me = 72,5 + 7 \left(\frac{\frac{1}{2}80 - 30}{27} \right)$$

$$Me = 72,5 + 7 \left(\frac{10}{27} \right)$$

$$Me = 72,5 + 2,59$$

$$Me = 75,09$$

Seperti kita ketahui bersama, median membagi data menjadi dua bagian yang sama. Apabila kelompok data setelah diurutkan dibagi menjadi empat bagian yang sama banyak, maka kita akan dapat menentukan ukuran yang lain yaitu Q_1 , Q_2 , dan Q_3 atau yang sering juga disebut dengan kuartil pertama, kuartil kedua, dan kuartil ketiga. Q_2 atau kuartil kedua disebut juga dengan median. Untuk menentukan Q_1 , Q_2 , dan Q_3 dapat menggunakan aturan sebagai berikut.

$$Q_i = \text{Nilai pada data ke} - \frac{i(n+1)}{4}, i = 1,2,3$$

Perhatikan kembali Contoh 7 pada bahasan sebelumnya.

Contoh 11:

Berdasarkan data pada Contoh 7, tentukan Q_1 , Q_2 , dan Q_3 !

65, 70, 90, 40, 35, 45, 70, 80, 50.

Penyelesaian:

Untuk menentukan Q_1 , Q_2 , dan Q_3 , maka terlebih dahulu kita harus mengurutkannya. Pada contoh tersebut banyak data yang tersedia sebanyak 9 data. Setelah diurutkan datanya menjadi:

35, 40, 45, 50, 65, 70, 70, 80, 90

$$Q_1 = \text{Nilai pada data ke } - \frac{i(n+1)}{4}$$

$$Q_1 = \text{Nilai pada data ke } - \frac{1(9+1)}{4}$$

$$Q_1 = \text{Nilai pada data ke } - \frac{(10)}{4}$$

$$Q_1 = \text{Nilai pada data ke } - 2\frac{1}{2} \text{ (artinya } Q_1 \text{ terletak diantar data ke } - 2 \text{ dan ke } - 3)$$

$$\text{Jadi, } Q_1 = \frac{1}{2} (40 + 45) = 42,5$$

$$Q_2 = \text{Nilai pada data ke } - \frac{2(9+1)}{4}$$

$$Q_2 = \text{Nilai pada data ke } - \frac{(20)}{4}$$

$$Q_2 = \text{Nilai pada data ke } - 5 \text{ (artinya } Q_2 \text{ terletak pada data ke } - 5)$$

$$\text{Jadi, } Q_2 = \text{median} = 65$$

$$Q_3 = \text{Nilai pada data ke } - \frac{3(9+1)}{4}$$

$$Q_3 = \text{Nilai pada data ke } - \frac{(30)}{4}$$

$$Q_3 = \text{Nilai pada data ke } - 7\frac{1}{2} \text{ (artinya } Q_3 \text{ terletak diantar data ke } - 7 \text{ dan ke } - 8)$$

$$\text{Jadi, } Q_3 = \frac{1}{2} (70 + 80) = 75$$

Nah, bagaimana untuk data berkelompok? Untuk menentukan Q_2 kita dapat menggunakan rumus median, sedangkan untuk menentukan Q_1 dan Q_3 dapat menggunakan rumus:

$$Q_1 = b + p \left(\frac{\frac{1}{4}n - F}{f} \right)$$

$$Q_3 = b + p \left(\frac{\frac{3}{4}n - F}{f} \right)$$

Keterangan:

- Q_i = Kuartil ke- i
- b = Tepi bawah kelas kuartil ke- i .
- p = Panjang kelas kuartil ke- i .
- f = Frekuensi kelas kuartil ke- i .
- F = Jumlah semua frekuensi sebelum kelas kuartil ke- i .
- n = Banyak data.

Contoh 12:

Tentukanlah Q_1 dan Q_3 pada data Tabel 17!

Penyelesaian:

Data pada Tabel 17 adalah sebagai berikut:

Nilai	f_i	f_{kum}
52 – 58	2	2
59 - 65	16	18
66 - 72	12	30
73 - 79	27	57
80 - 86	10	67
87 - 93	8	75
94 - 100	5	80
Jumlah	80	

Q_1 akan berada pada data ke- $\frac{n}{4}$ atau data ke-20 (data ke-20 berada pada kelas interval 66 – 72).

Tepi bawah kelas median (b) = 66 – 0,5 = 65,5.

Panjang kelas (p) = 7 (**Mengapa?** Dari 66 – 72 terdapat 7 data).

$$Q_1 = b + p \left(\frac{\frac{1}{4}n - F}{f} \right)$$

$$Q_1 = 65,5 + 7 \left(\frac{\left(\frac{1}{4} \times 80 \right) - 18}{12} \right)$$

$$Q_1 = 65,5 + 7 \left(\frac{2}{12} \right)$$

$$Q_1 = 65,5 + 1,167$$

$$Q_1 = 66,67$$

Q_3 akan berada pada data ke- $\frac{3n}{4}$ atau data ke-60 (data ke-60 berada pada kelas interval 80 - 86).

Tepi bawah kelas median (b) = $80 - 0,5 = 79,5$.

Panjang kelas (p) = 7 (mengapa? Dari 80 – 86 terdapat 7 data).

$$Q_3 = b + p \left(\frac{\frac{3}{4}n - F}{f} \right)$$

$$Q_3 = 79,5 + 7 \left(\frac{\left(\frac{3}{4} \times 80 \right) - 57}{10} \right)$$

$$Q_3 = 79,5 + 7 \left(\frac{3}{10} \right)$$

$$Q_3 = 79,5 + 2,1$$

$$Q_3 = 81,6$$

c. Modus

Modus merupakan ukuran pemusatan data untuk menyatakan fenomena yang paling banyak terjadi atau data yang paling sering muncul. Sekumpulan data yang diperoleh memungkinkan memiliki nilai modus yang tidak tunggal.

Contoh 13:

Tentukan modus dari data-data berikut ini: 65, 70, 90, 70, 40, 40, 40, 35, 45, 70, 80, 50!

Penyelesaian:

Setelah diurutkan datanya menjadi: 35, 40, 40, 40, 45, 50, 65, 70, 70, 70, 80, 90, maka kita mengetahui bahwa nilai 40 ada 3 dan nilai 70 ada 3, maka modus (M_o) dari data tersebut adalah 40 dan 70.

Modul Belajar Mandiri

Bahasan selanjutnya adalah bagaimana menentukan nilai modus jika data yang dimiliki adalah data yang berkelompok. Menentukan modus untuk data yang berkelompok dapat menggunakan rumus sebagai berikut.

$$M_o = b + p \left(\frac{b_1}{b_1 + b_2} \right)$$

Keterangan:

M_o = Modus.

b = Tepi bawah kelas modus.

p = Panjang kelas modus.

b_1 = Frekuensi kelas modus dikurangi frekuensi kelas sebelumnya.

b_2 = Frekuensi kelas modus dikurangi frekuensi kelas berikutnya.

Contoh 14:

Tentukanlah modus pada data Tabel 17!

Penyelesaian:

Data pada Tabel 17 adalah sebagai berikut:

Nilai	f_i
52 – 58	2
59 - 65	16
66 - 72	12
73 - 79	27
80 - 86	10
87 - 93	8
94 - 100	5
Jumlah	80

Berdasarkan data tersebut frekuensi yang paling banyak muncul berada pada interval atau kelas 73 – 79.

Tepi bawah kelas modus (b) = $73 - 0,5 = 72,5$

Panjang kelas modus (p) = 7

$$b_1 = 27 - 12 = 15$$

$$b_2 = 27 - 10 = 17$$

$$M_o = b + p \left(\frac{b_1}{b_1 + b_2} \right)$$

$$M_o = 72,5 + 7 \left(\frac{15}{15 + 17} \right)$$

$$M_o = 72,5 + 7 \left(\frac{15}{32} \right)$$

$$M_o = 72,5 + 3,28$$

$$M_o = 75,78$$

6. Materi 6 Ukuran Penyebaran Data

Ukuran penyebaran data merupakan suatu ukuran yang menyatakan seberapa besar penyimpangan nilai-nilai data dari nilai-nilai pusat datanya. Perhatikan contoh data dua kelompok nilai tes berikut ini.

Tabel 23 Nilai Kelompok A dan Kelompok B

Kelompok A	70	65	60	60	60	65	70	65	75	60
Kelompok B	90	80	70	30	10	75	75	50	80	90

Catatan: Data fiktif

Dari data di atas apabila kita hitung rerata kelompok A adalah 65, dan rerata kelompok B adalah 65. Rerata kedua kelompok tersebut sama, tetapi jika kita lihat dari penyebaran data pada dua kelompok tersebut dapat dilihat data kelompok A lebih merata daripada data pada kelompok B. Untuk melihat penyebaran data, kita bisa melihat dari nilai range (selang), simpangan baku dan varians.

a. Range (Interval)

Range merupakan metode pengukuran paling sederhana yang digunakan untuk mengukur ketersebaran suatu data. Nilai range sangat dipengaruhi dengan adanya data atau nilai pencilan (data yang sangat jauh dari data-data yang lain),

oleh karena itu range bukanlah merupakan ukuran yang baik untuk menunjukkan ketersebaran suatu data. Nilai range juga hanya dipengaruhi oleh dua buah data (data terkecil dan data terbesar (data yang lain dapat diabaikan)). Sebagai contoh, lihat kembali Tabel 21, berdasarkan data pada Tabel 21, nilai range kelompok A adalah $75 - 60 = 15$, dan nilai range kelompok B adalah $90 - 10 = 80$.

b. Simpangan Baku

Simpangan baku merupakan ukuran statistik yang paling sering digunakan untuk mengukur tingkat ketersebaran suatu data. Nilai simpangan baku menunjukkan seberapa dekat nilai-nilai suatu data dengan nilai reratanya. Simpangan baku biasa dilambangkan dengan s . Menentukan nilai simpangan baku data yang tidak berkelompok dapat menggunakan rumus sebagai berikut.

$$s = \sqrt{\sum \frac{(X_i - \bar{X})^2}{n - 1}}$$

Keterangan:

- s = Simpangan baku.
- x_i = Nilai data ke- i .
- \bar{x} = Nilai rerata.
- n = Banyak data.

Menentukan nilai simpangan baku untuk data yang berkelompok dapat menggunakan rumus sebagai berikut.

$$s = \sqrt{\sum \frac{f(X_i - \bar{X})^2}{n - 1}}$$

Keterangan:

- s = Simpangan baku.
- x_i = Nilai tengah data pada kelas interval ke- i .
- \bar{x} = Nilai rerata.
- n = Banyak data.

Contoh 15:

Tentukan nilai simpangan baku dari data pada Tabel 18!

Penyelesaian:

Data Tabel 18 dan nilai reratanya adalah sebagai berikut (lihat contoh 2).

$$\bar{X} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$$

$$\bar{X} = \frac{3055}{35} = 87,25$$

x_i	f_i	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$f(x_i - \bar{x})^2$
70	2	-17,29	298,94	597,88
75	6	-12,29	151,04	906,24
80	2	-7,29	53,14	106,28
85	7	-2,29	5, 24	36,68
90	5	2,71	7, 34	36,70
95	8	7,71	59, 44	475,52
100	5	12,71	161,54	807,70
Jumlah	35			2967

$$s = \sqrt{\sum \frac{f(X_i - \bar{X})^2}{n - 1}}$$

$$s = \sqrt{\sum \frac{2967}{34}}$$

$$s = \sqrt{87,26} = 9,34$$

Contoh 16:

Tentukanlah nilai simpangan baku dari Tabel 17!

Penyelesaian:

Data dari tabel 17 adalah sebagai berikut.

$$\bar{X} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{6017}{80} = 75,21$$

Nilai	f_i	x_i	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$f(x_i - \bar{x})^2$
52 - 58	2	55	-20,21	408,44	816,88
59 - 65	16	62	-13,21	174,50	2792
66 - 72	12	69	-6,21	38,56	462,72
73 - 79	27	76	0,79	0,62	16,74
80 - 86	10	83	7,79	60,68	606,8
87 - 93	8	90	14,79	218,74	1749,92
94 - 100	5	97	21,79	474,80	2374
Jumlah	80				8819,06

$$s = \sqrt{\sum \frac{f(X_i - \bar{X})^2}{n - 1}}$$

$$s = \sqrt{\frac{8819,06}{79}}$$

$$s = \sqrt{111,63} = 10,57$$

c. Varians

Varians merupakan salah satu ukuran penyebaran data selain range dan simpangan baku. Nilai varians dapat diperoleh dari nilai kuadrat simpangan baku, sehingga varians dilambangkan dengan s^2 . Menentukan nilai varians data yang tidak berkelompok dapat menggunakan rumus sebagai berikut.

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$$

Keterangan:

s^2 = Varians.

x_i = Nilai data ke- i.

\bar{x} = Nilai rerata.

n = Banyak data.

Menentukan nilai varians untuk data yang berkelompok dapat menggunakan rumus sebagai berikut.

$$s^2 = \frac{\sum f(x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$$

Keterangan:

s^2 = Varians.

x_i = Nilai data ke- i .

\bar{x} = Nilai rerata.

n = Banyak data.

Berdasarkan data pada contoh 15 dan contoh 16, tentukanlah varians dari data-data tersebut!

7. Materi 7 Nilai Baku

Nilai baku merupakan sebuah nilai yang menyatakan perbandingan antara selisih nilai data dengan reratanya dibagi simpangan baku data tersebut. Nilai baku merupakan sebuah bentuk perubahan yang dipakai untuk membandingkan dua buah keadaan atau lebih. Nilai baku juga dapat dipakai untuk mengetahui kedudukan suatu objek dibandingkan keadaan yang lebih umum. Sebagai ilustrasi perhatikan contoh berikut. Nilai baku dilambangkan dengan z , dengan rumus:

$$z = \frac{x - \bar{x}}{s}$$

Nilai baku dapat bernilai positif dan mungkin juga bernilai negatif.

Contoh 17:

Firman mengikuti tes seleksi olimpiade matematika wilayah Jawa Barat memperoleh nilai 87, dan nilai rerata wilayah Jawa Barat adalah 86 dengan simpangan baku 12. Hary mengikuti tes seleksi yang sama untuk wilayah Sumatera Barat memperoleh nilai 85, dan nilai rerata wilayah Sumatera Barat adalah 83 dengan simpangan baku 10. Jika nilai mereka diurutkan secara nasional, nilai manakah yang lebih baik?

Penyelesaian:

Untuk menentukan nilai yang lebih baik, maka kita harus merubah nilai yang diperoleh menjadi nilai baku.

$$z_{Firman} = \frac{x - \bar{x}}{s} = \frac{87 - 86}{12} = \frac{1}{12} = 0,083$$

$$z_{Hary} = \frac{x - \bar{x}}{s} = \frac{85 - 83}{10} = \frac{2}{10} = 0,2$$

Berdasarkan data tersebut terlihat bahwa z_{Hary} lebih dari z_{Firman} , artinya nilai Firman lebih baik daripada nilai Hary.

8. Materi 8 Kaidah Pencacahan

Kaidah pencacahan dapat membantu kita memecahkan masalah untuk menghitung banyaknya cara yang mungkin terjadi dalam suatu percobaan. Kaidah pencacahan meliputi aturan penjumlahan, aturan pengisian tempat (aturan perkalian), permutasi, dan kombinasi.

a. Aturan Penjumlahan

Perhatikan beberapa contoh berikut ini.

Contoh 18:

Irma akan pergi ke toko kue untuk membeli beberapa jenis kue. Pada toko kue yang didatangi oleh Irma hanya tersedia 7 jenis kue yang dimasak dengan cara dikukus, dan 9 jenis kue yang dimasak dengan cara dipanggang. Berapa kue yang dapat dipilih oleh Irma?

Penyelesaian:

Banyak kue yang dapat dipilih oleh Irma adalah sebanyak $7 + 9 = 16$ pilihan (karena jenis kue yang tersedia tidak saling beririsan).

Contoh 19:

Ani akan pergi berpergian dari kota Semarang ke kota Surabaya menggunakan transportasi umum. Setelah mencari informasi, Ani mencatat untuk pergi dari kota Semarang ke kota Surabaya dapat menggunakan bis dengan jadwal

keberangkatan pukul 08.00, pukul 13.00, dan pukul 18.00, atau dapat juga menggunakan kereta api dengan jadwal keberangkatan pukul 14.30 dan 19.00. Ada berapa banyak cara yang dapat dipilih Ani untuk pergi dari kota Semarang ke kota Surabaya?

Penyelesaian:

Banyak cara yang dapat dipilih Ani adalah $3 + 2 = 5$ cara (mengapa?).

Apabila terdapat a_1 benda pada peristiwa atau himpunan pertama, dan a_2 benda pada peristiwa atau himpunan kedua, dan kedua himpunan tidak beririsan, maka banyak cara yang dapat dipilih adalah $a_1 + a_2$.

b. Aturan Pengisian Tempat (Aturan Perkalian)

Perhatikan beberapa contoh berikut ini.

Contoh 20:

Firman berencana membuat kartu-kartu yang bertuliskan bilangan- bilangan untuk kegiatan di sekolah. Kartu-kartu tersebut bertuliskan bilangan puluhan dengan syarat tidak boleh ada angka yang sama. Berapa banyak kartu yang disiapkan oleh Firman?

Penyelesaian:

Kartu-kartu yang dibuat Firman berisikan bilangan puluhan, dengan syarat angkanya tidak boleh sama. Bilangan-bilangan yang dapat dibuat Firman ada pada daftar berikut ini:

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	10	-	12	13	14	15	16	17	18	19
2	20	21	-	23	24	25	26	27	28	29
3	30	31	32	-	34	35	36	37	38	39
4	40	41	42	43	-	45	46	47	48	49
5	50	51	52	53	54	-	56	57	58	59
6	60	61	62	63	64	65	-	67	68	69
7	70	71	72	73	74	75	76	-	78	79
8	80	81	82	83	84	85	86	87	-	89
9	90	91	92	93	94	95	96	97	98	-

Apabila dihitung berdasarkan tabel tersebut, maka terdapat 81 bilangan. Secara matematis dapat ditentukan sebagai berikut.

Banyak angka yang mungkin pada angka pertama ada 9 (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, dan 9).

Banyak angka yang mungkin pada bilangan kedua (dengan syarat tidak boleh sama dengan angka pertama) adalah ada 9 (mengapa? Banyak angka yang mungkin pada angka kedua ada 10 angka, tetapi karena tidak boleh ada yang sama, maka banyak angka yang mungkin adalah 9 angka, perhatikan ilustrasi berikut ini: misalkan Firman telah memilih angka 5, maka angka 5 tidak boleh muncul di angka kedua, sehingga banyak angka yang mungkin adalah $10 - 1 = 9$).

Banyak bilangan yang terbentuk adalah $9 \times 9 = 81$.

Contoh 21:

Dewi menerima undangan untuk tampil pada acara pementasan seni SD Sukamakmur. Dewu menyiapkan 4 buah celana yang berwarna hitam, putih, biru, dan coklat. Dewu juga menyiapkan 5 baju yang berwarna merah, hijau, kuning, biru, dan putih, serta menyiapkan 2 buah topi yang berwarna hitam dan biru. Berapa banyak cara Dewu memilih celana, baju, dan topi yang akan dipakainya?

Penyelesaian:

$$a_1 = \text{kejadian 1 (dalam hal ini banyak celana)} = 4$$

$$a_2 = \text{kejadian 2 (dalam hal ini baju)} = 5$$

$$a_3 = \text{kejadian 3 (dalam hal ini topi)} = 2$$

Banyak cara Dewi memilih celana, baju, dan topi adalah:

$$a_1 \times a_2 \times a_3 = 4 \times 5 \times 2 = 40 \text{ cara.}$$

Dapatkan Anda mendaftar pasangan celana, baju, topi yang mungkin akan dipakai? Contoh: Dewi akan menggunakan celana hitam, baju merah, dan topi hitam.

Contoh 22:

Kode 5 karakter disusun dengan ketentuan sebagai berikut: karakter pertama berupa angka yang merupakan bilangan genap, karakter kedua berupa huruf hidup, karakter ketiga berupa angka kelipatan tiga, serta karakter keempat dan karakter kelima berupa angka tetapi tidak boleh sama. Berapa banyak kode yang mungkin dibuat ?

Penyelesaian:

Angka genap	Huruf hidup	Angka kelipatan tiga	Angka	Angka (tidak boleh sama dengan karakter ke-4)
2,4,6,8	a, i, u, e, o	3, 6, 9	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9	Misal 1 sudah dipilih di Karakter 4, maka kemungkinan hanya tinggal 0, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
$a_1 = 4$	$a_2 = 5$	$a_3 = 3$	$a_4 = 10$	$a_5 = 9$

Banyak kode yang mungkin dibuat adalah:

$$a_1 \times a_2 \times a_3 \times a_4 \times a_5 = 4 \times 5 \times 3 \times 10 \times 9 = 5.400 \text{ kode.}$$

Apabila suatu peristiwa pertama dapat dikerjakan dengan a_1 cara yang berbeda, peristiwa kedua dapat dikerjakan dengan a_2 cara yang berbeda dan seterusnya sampai peristiwa ke- n , maka banyaknya cara yang berbeda Misalkan terdapat n tempat yang akan diisi dengan a_1 (banyaknya cara untuk mengisi tempat pertama), a_2 (banyaknya cara untuk mengisi tempat kedua), dan seterusnya hingga a_n (banyaknya cara untuk mengisi tempat ke- n); maka total untuk mengisi tempat tersebut adalah $a_1 \times a_2 \times \dots \times a_n$.

c. Permutasi

Perhatikan contoh berikut ini.

Contoh 23:

Pada suatu pemilihan ketua kelas dan wakil ketua kelas, terdapat 3 siswa yang mendaftar yaitu Feri, Malik, dan Runa. Berapa banyak kemungkinan pasangan ketua kelas dan wakil ketua kelas yang akan terpilih?

Penyelesaian:

Siswa yang mendaftar adalah Feri, Malik, dan Runa.

Ketua Kelas	Wakil Ketua Kelas
Feri	Malik
Feri	Runa
Malik	Runa
Malik	Feri
Runa	Feri
Runa	Malik

Perhatikan bahwa Feri – Malik akan berbeda dengan Malik – Feri, mengapa? Karena Feri sebagai ketua kelas berbeda dengan Feri sebagai wakil ketua kelas. Pada kasus ini, urutan sangatlah diperhatikan.

Banyak pasangan ketua kelas dan wakil ketua kelas yang mungkin ada 6 pasangan.

Nah, secara matematis, bagaimana menghitungnya? Perhatikan penjelasan berikut ini.

Permutasi adalah sebuah susunan dari sekumpulan objek dengan memperhatikan urutannya. Perhitungan banyak susunan atau banyak cara berdasarkan permutasi sangat bergantung pada banyaknya objek yang tersedia dan banyak objek yang akan diambil.

Catatan: Sebelum membahas tentang permutasi, perlu diketahui tentang notasi faktorial. Untuk setiap bilangan bulat positif n , berlaku $n! = n \times (n - 1) \times (n - 2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$ dan $0! = 1$.

1) Permutasi semua objek diambil.

Misalkan terdapat n objek yang berbeda, maka banyak permutasi yang dapat dibentuk dari semua objek adalah:

$${}_n P_n = P(n, n) = n! \text{ cara.}$$

Contoh 24:

Terdapat empat buah bendera yang akan disusun di sebuah ruangan, maka banyak cara menyusun bendera adalah

Penyelesaian:

Banyak bendera = $n = 4$.

Banyak cara menyusun bendera yang mungkin adalah:

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24 \text{ cara.}$$

2) Permutasi sebagian objek diambil.

Misalkan terdapat n objek yang berbeda, jika k objek diambil dari n objek, maka banyak permutasi yang mungkin adalah:

$${}_n P_k = P(n, k) = \frac{n!}{(n-k)!} \text{ susunan}$$

Contoh 25:

Pada sebuah kelas akan diadakan pemilihan kepengurusan kelas yang meliputi ketua kelas, sekretaris, dan bendahara. Saat penjurangan, ada 9 siswa yang akan mengikuti pemilihan tersebut. Berapa banyak kemungkinan susunan kepengurusan kelas tersebut?

Penyelesaian:

Banyak siswa = $n = 9$. Banyak objek = $k = 3$.

Banyak kemungkinan susunan kepengurusan kelas tersebut adalah:

$${}_n P_k = P(n, k) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

$${}_9 P_3 = P(9, 3) = \frac{9!}{(9-3)!} = \frac{9!}{6!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6!}{6!} = 504 \text{ susunan}$$

3) Permutasi dengan pengulangan

Misalkan terdapat n objek dengan n_1 adalah banyak objek pertama yang sama, n_2 adalah banyak objek kedua yang sama,

n_3 adalah banyak objek ketiga yang sama, ..., n_k adalah banyak objek ke- k yang sama; maka banyak permutasi yang dapat dibentuk ada $\frac{n!}{n_1!n_2!n_3!\dots n_k!}$ susunan.

Contoh 26:

Banyak cara untuk menyusun huruf dari kata MATEMATIKA adalah

Penyelesaian:

Banyak huruf dari MATEMATIKA, $n = 10$.

$n_1 =$ huruf M = 2.

$n_2 =$ huruf A = 3.

$n_3 =$ huruf T = 2.

$$P_{10,2,3,2} = \frac{10!}{2!3!2!} = 151200 \text{ susunan}$$

4) Permutasi melingkar.

Misalkan terdapat sejumlah objek yang berbeda, permutasi yang dapat dibentuk dari sejumlah objek itu yang membentuk lingkaran dinamakan permutasi melingkar. Hal yang perlu diperhatikan adalah penetapan terlebih dahulu salah satu objeknya. Penghitungan banyak permutasi melingkar yang dapat dibentuk bergantung pada objek yang tersedia.

Apabila kita mempunyai n objek berbeda, maka banyak permutasi melingkar yang dapat dibentuk adalah $(n - 1)!$ susunan.

Contoh 27:

Ayah, ibu, kakak, dan adik duduk mengelilingi meja bundar. Banyak susunan yang dapat dibuat oleh ayah, ibu, kakak, dan adik adalah

Penyelesaian:

Banyak orang = $n = 4$

Banyak susunan = $(n - 1)! = (4 - 1)! = 3! = 6$ susunan.

4) Kombinasi

Perhatikan contoh berikut ini.

Contoh 28:

Amar, Dzaky, dan Hendra mengikuti kegiatan seminar yang sama. Ketiga orang tersebut saling berjabat tangan sambil memperkenalkan diri mereka. Berapa banyak jabat tangan yang terjadi diantara ketiganya?

Penyelesaian:

Jabat tangan yang mungkin adalah: Amar – Dzaky, Amar – Hendra, Dzaky – Hendra. Bagaimana dengan Dzaky – Amar? Jabat tangan Amar – Dzaky dan Dzaky – Amar adalah sama. Pada kasus seperti ini urutan tidak diperhatikan.

Banyak jabat tangan yang terjadi adalah 3 jabat tangan. Secara matematis perhatikan definisi berikut ini:

Kombinasi adalah sebuah susunan dari sekumpulan objek tanpa memperhatikan urutannya. Apabila kita memiliki n objek yang berbeda, maka banyak kombinasi yang dapat dibentuk dari semua objek itu ada satu cara. Misalnya kita memiliki n objek berbeda, apabila kita akan mengambil k objek dari n objek, maka banyak kombinasi yang mungkin ada:

$$C(n, k) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \text{ cara.}$$

Contoh 29:

Pada suatu ruangan terdapat 8 orang dan mereka saling berjabat tangan satu dengan yang lain. Banyak jabat tangan yang terjadi adalah

Penyelesaian:

$$n = 8$$

$k = 2$ (satu kali jabat tangan melibatkan 2 orang).

$$C(n, k) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$C(8, 2) = \binom{8}{2} = \frac{8!}{2!(8-2)!} = \frac{8!}{2!6!} = \frac{8 \times 7 \times 6!}{2!6!} = 28 \text{ jabat tangan}$$

9. Materi 9 Peluang

Peluang digunakan untuk melihat kemungkinan terjadinya sebuah kejadian. Sebelum mendefinisikan apa itu peluang, ada beberapa istilah yang harus Anda ketahui:

- a. Ruang sampel adalah himpunan semua kemungkinan yang dapat terjadi pada suatu percobaan.

Misalkan kita melempar sebuah uang logam. Pada sebuah uang logam terdapat angka (A) dan gambar (G). maka ruang sampel dari percobaan itu adalah {A, G}.

- b. Titik sampel adalah anggota dari ruang sampel.

Pada contoh melempar uang logam, titik sampelnya adalah A dan G.

Jika A adalah suatu kejadian dengan ruang sampel S, maka peluang kejadian A (ditulis $P(A)$) adalah:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\text{banyak cara terjadi kejadian } A}{\text{banyak semua kemungkinan}}$$

Nilai dari sebuah peluang adalah $0 \leq P(A) \leq 1$, sebuah kejadian yang memiliki nilai peluang nol merupakan kejadian yang mustahil, dan sebuah kejadian memiliki nilai peluang satu merupakan kejadian yang pasti.

Contoh 30:

Pada sebuah kelas, guru akan memilih satu orang perwakilan untuk membacakan hasil pengamatannya. Jika pada kelas tersebut terdapat 18 siswa laki-laki dan 12 siswa perempuan, maka berapakah peluang terpilihnya murid laki-laki?

Penyelesaian:

A = Kejadian terpilihnya murid laki-laki.

$$n(A) = 18 \quad n(S) = 30$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{18}{30} = \frac{3}{5}$$

Jadi, peluang terpilihnya murid laki-laki adalah $\frac{3}{5}$

D. Rangkuman

1. Statistik, Statistika, dan Data

- a. Statistik adalah kesimpulan fakta berbentuk bilangan yang disusun dalam bentuk daftar atau tabel yang menggambarkan suatu kejadian.
- b. Statistika juga merupakan suatu metode ilmiah yang mempelajari pengumpulan, perhitungan, penggambaran dan penganalisisan data, serta penarikan kesimpulan berdasarkan penganalisisan yang dilakukan.
- c. Data adalah sejumlah informasi yang dapat memberikan gambaran tentang suatu keadaan atau masalah.
- d. Menurut sifatnya, data dibagi menjadi data kualitatif dan data kuantitatif.
- e. Menurut cara memperolehnya, data dibagi menjadi data primer dan data sekunder.
- f. Menurut sumbernya, data dibagi menjadi data internal dan data eksternal.

2. Penyajian Data

- a. Penyajian data dapat dilakukan dengan menggunakan tabel atau diagram.
- b. Berbagai bentuk tabel diantaranya: baris – kolom, kontingensi, distribusi frekuensi.
- c. Berbagai macam diagram diantaranya: diagram lambang, diagram batang, dan diagram lingkaran.

3. Distribusi Frekuensi

- a. Distribusi frekuensi adalah suatu susunan data mulai dari data terkecil sampai dengan data terbesar dan membagi banyaknya data menjadi beberapa kelas.
- b. Tabel distribusi frekuensi merupakan sebuah tabel yang berisi data yang dikelompokkan ke dalam interval.
- c. Langkah membuat tabel distribusi frekuensi: menentukan rentang, menentukan banyak kelas interval, menentukan panjang kelas interval, serta menentukan frekuensi.

4. Distribusi Frekuensi Kumulatif

Tabel distribusi frekuensi kumulatif merupakan tabel distribusi frekuensi, dimana frekuensinya dijumlahkan kelas interval demi kelas interval.

5. Ukuran Pemusatan Data

a. Rerata atau mean merupakan salah satu ukuran gejala pusat. Mean merupakan wakil kumpulan data.

b. Untuk menentukan rerata dari data tunggal dapat dihitung dengan rumus $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$ atau $\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$

c. Untuk menentukan rerata dari data kelompok dapat dihitung dengan rumus $\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$

d. Median merupakan nilai tengah dari sekumpulan data yang diurutkan.

e. Untuk menentukan median dapat dihitung dengan rumus:

$$Me = b + p \left(\frac{\frac{1}{2}n - F}{f} \right)$$

f. Modus merupakan gejala dengan frekuensi tertinggi atau yang sering terjadi.

g. Untuk mencari Mo data yang telah dikelompokkan digunakan rumus

$$Mo = b + p \left(\frac{b_1}{b_1 + b_2} \right)$$

6. Ukuran Penyebaran Data

- a. Range merupakan metode pengukuran paling sederhana yang digunakan untuk mengukur ketersebaran suatu data. Range merupakan selisih dari data terbesar dan data terkecil.
- b. Simpangan baku merupakan ukuran statistik untuk mengukur tingkat ketersebaran suatu data. Nilai simpangan baku menunjukkan seberapa dekat nilai-nilai suatu data dengan nilai reratanya.
- c. Nilai varians dapat diperoleh dari nilai kuadrat simpangan baku.

7. Nilai baku

Nilai baku merupakan sebuah nilai yang menyatakan perbandingan antara selisih nilai data dengan reratanya dibagi simpangan baku data tersebut.