

Pembelajaran 6. Elastisitas dan Gerak Harmonik

Sumber. Modul Pendidikan Profesi Guru

Modul 2. Dinamika

Penulis ; Albertus Hariwangsa Panuluh, M.Sc.

A. Kompetensi

1. Menjelaskan penerapan hukum-hukum fisika dalam teknologi terutama yang dapat ditemukan dalam kehidupan sehari-hari.
2. Memahami konsep-konsep, hukum-hukum, dan teori-teori fisika serta penerapannya secara fleksibel.
3. Memahami struktur (termasuk hubungan fungsional antar konsep) ilmu Fisika dan ilmu-ilmu lain yang terkait.

B. Indikator Pencapaian Kompetensi

1. Mengidentifikasi besaran-besaran fisis yang dikenai gaya luar
2. Mengukur nilai/besar pertambahan panjang pegas saat dikenai gaya.
3. Mengolah data perubahan panjang pegas menjadi grafik hubungan antara gaya (F) terhadap pertambahan panjang (Δx)
4. Menelaah grafik hubungan gaya (F) terhadap pertambahan panjang (Δx) untuk mendapatkan nilai konstanta pegas.
5. Menelaah hukum Hooke dalam permasalahan kehidupan sehari-hari

C. Uraian Materi

Apakah elastisitas itu? Bahan elastis, akan bertambah panjang bila ditarik dan bila tarikan dilepas, bahan akan kembali seperti semula. Akan tetapi ada batas tertentu untuk menariknya. Contoh lain seperti bambu apus yang bila dibengkokkan akan melengkung, tapi hanya sementara, dan selanjutnya akan kembali lagi seperti semula, akan tetapi bila gaya untuk membengkokkannya terlalu besar, bambu akan patah. Bambu akan patah bila gayanya melebihi batas elastisitasnya. Jadi, apakah elastisitas itu? Elastisitas adalah kemampuan sebuah benda untuk kembali ke bentuk awalnya saat gaya luar yang diberikan dihilangkan. Akan tetapi

bila gaya yang diberikan melebihi batas elastisitasnya benda akan berubah bentuk.

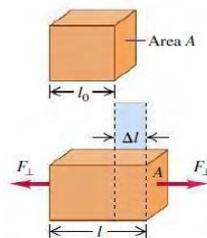
gaya tertentu, maka akan mengalami perubahan bentuk. Perubahan bentuk bergantung pada arah dan letak gaya-gaya tersebut diberikan. Apabila arah gaya tegak lurus penampang lintang bahan, maka gayanya disebut gaya tarik atau tekan, sedangkan perubahan bentuk memanjang atau memendek. Apabila gaya diberikan secara tangensial pada bagian atas bahan, maka gaya itu disebut gaya geser. Perubahan bentuk hanya terjadi pada bagian yang diberi gaya, dan tegangannya disebut tegangan geser.

Ada tiga jenis besaran yang mencirikan perubahan bentuk untuk bahan padat, yaitu tegangan, regangan, mampatan. Pertama-tama marilah kita kaji terlebih dulu perlakuan pada **benda padat**. Kita bahas dulu bahan padat yang dikenai **gaya tarik / tekan**. **Tegangan tarik** adalah besarnya gaya tarik yang bekerja pada permukaan benda per satuan luas dan dirumuskan:

Tentunya yang paling pokok adalah gaya yang diberikan kepada benda itu. Besaran-besaran yang lain adalah tegangan, regangan, mampatan dan modulus elastisitas. Apabila benda elastis padat dikenai

$$\text{Tegangan tarik} = \frac{\text{Gaya (N)}}{\text{Luas (m}^2\text{)}}$$
$$\sigma = \frac{F}{A}$$

Regangan tarik adalah penambahan panjang (Δl) pada suatu benda yang diberi gaya tarikan pada permukaan yang berseberangan dibandingkan dengan panjang mula-mula (l_0). Dapat dilihat pada gambar berikut.



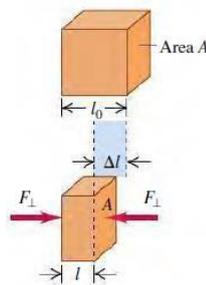
Gambar 49. Benda mengalami regangan (Sumber: Sears Zemansky)

Persamaannya dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\text{Regangan tarik} = \frac{\text{pertambahan panjang}}{\text{panjang mula - mula}}$$

$$e = \frac{\Delta l}{l_0}$$

Mampatan. Sama dengan regangan, perubahan bentuk yang dialami sebuah benda diakibatkan dua buah gaya tekan yang berlawanan arah (menuju pusat benda) dikenakan pada sisi-sisi benda yang berseberangan.



Gambar 50. Benda mengalami mampatan (Sumber: Sears, Zemansky)

Terlihat pada gambar 6.2, pada sisi kiri dan kanan benda dikenai gaya yang sama, yang menuju ke pusat secara tegak lurus, sehingga benda akan termampatkan.

Modulus elastisitas atau **modulus Young** adalah perbandingan antara tegangan dan regangan, dan nilai modulus Young konstan untuk suatu bahan. Modulus Young dapat dirumuskan:

$$\text{Modulus Young} = \frac{\text{tegangan}}{\text{regangan}}$$

$$Y = \frac{\sigma}{e} = \frac{F/A}{\Delta l/l_0} = \frac{F \cdot l_0}{A \cdot \Delta l}$$

Hukum Hooke

Pertambahan panjang yang terjadi apabila pada benda diberikan gaya tarik, akan sebanding dengan gaya tarik tersebut. Hal ini pertama kali diselidiki oleh seorang



arsitek berkebangsaan Inggris Robert Hooke pada abad ke 17. Dia menyelidiki hubungan antara gaya tarik pada pegas dengan pertambahan panjang pegas.

Gambar 6.3. Pegas yang digantungi beban

Suatu pegas dengan elastisitas (konstanta pegas) k digantungi suatu massa m , sehingga pegas mulur sepanjang y . Dari percobaannya, Hooke menunjukkan bahwa mulurnya pegas berbanding lurus dengan gaya yang diberikan. Lebih jauh lagi Hooke menemukan bahwa pertambahan panjang pegas sangat bergantung pada karakteristik dari pegas tersebut. Pegas yang mudah meregang akan mengalami pertambahan panjang yang besar meskipun diberi gaya yang sangat kecil, dan sebaliknya pegas yang sulit meregang, pertambahannya kecil meskipun diberi gaya yang besar. Secara umum yang ditemukan oleh Hooke bisa dinyatakan:

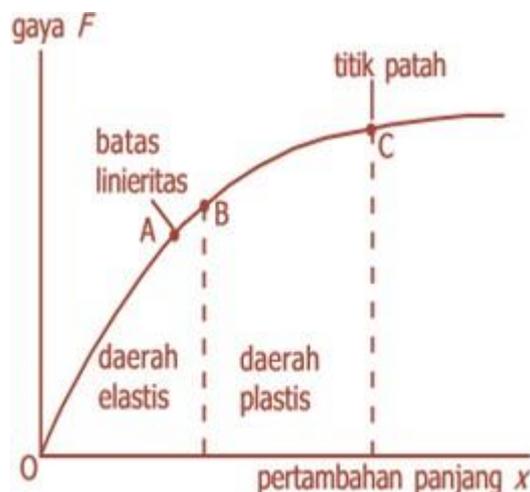
$$\vec{F} = -k\vec{\Delta x}$$

Dengan : F = gaya Tarik (N)

k = tetapan elastisitas pegas

Δx = perubahan Panjang pegas (m)

Tanda minus menunjukkan bahwa arah gaya selalu berlawanan dengan arah simpangan. Bila simpangan ke atas, maka arah gaya ke bawah. Arah gaya selalu menuju pusat pegas. Grafik antara F dan Δx berupa garis lurus, namun pada nilai gaya Tarik yang melebihi batas elastisitas, tidak lagi



berupa garis lurus.

Gambar 6.4. Grafik antara gaya dan pertambahan panjang pegas menurut Hooke

Pegas kehilangan sifat elastisitasnya. Elastisitas pegas berubah menjadi bersifat plastis, dimana pegas tidak akan Kembali ke Panjang semula bila diberi gaya luar. Bila pemberian gaya luar terus diberikan, maka pegas akan memiliki kemungkinan untuk putus/patah.

Keterangan gambar :

OAB : daerah proporsional, Hukum Hooke berlaku disini

BC : daerah plastis

Titik C : batas patah

Contoh :

Seutas kawat logam berdiameter 1,4 mm dan panjang 60 cm digantungi beban bermassa 100 gram. Kawat tersebut bertambah panjang 0,3 mm. Apabila percepatan gravitasi bumi sebesar $9,8 \text{ m/s}^2$, hitunglah:

- Tegangan
- Regangan,
- Modulus Young bahan

Jawab :

Diameter : $d = 1,4 \text{ mm} = 1,4 \cdot 10^{-3} \text{ m}$, $r = 7 \cdot 10^{-4} \text{ m}$

Panjang : $l_0 = 60 \text{ cm} = 6 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

Massa : $m = 100 \text{ gram} = 10^{-1} \text{ kg}$

Pertambahan Panjang : $\Delta l = 0,3 \text{ mm} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ m}$

Percepatan gravitasi : $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

Tegangan :

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{mg}{\pi r^2} = \frac{10^{-1} \cdot 9,8}{3,14 \cdot (7 \cdot 10^{-4})^2} = 6,36 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

Regangan

$$e = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{3 \cdot 10^{-4}}{6 \cdot 10^{-2}} = 5 \cdot 10^{-3}$$

Modulus Young

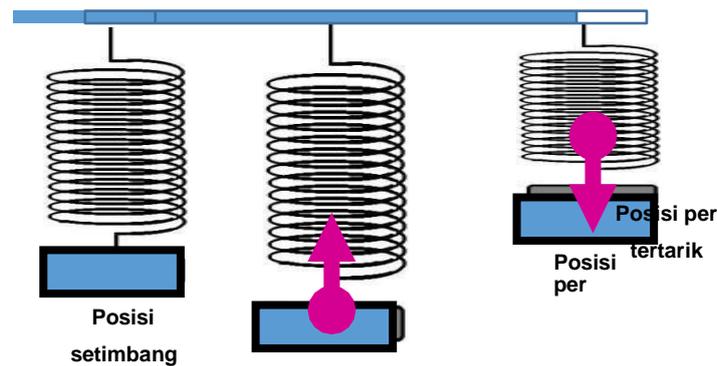
$$Y = \frac{\sigma}{e} = \frac{6,36 \cdot 10^5}{5 \cdot 10^{-3}} = 1,272 \cdot 10^8 \text{ N/m}^2$$

Getaran Harmonik

Benda yang memiliki gerak berayun atau memiliki gerak bolak balik melalui lintasan yang sama serta melalui titik kesetimbangan dalam kurun waktu tertentu dikatakan sebagai bergerak harmonis. Contoh dari benda yang bergerak harmonis adalah bandul jam, lintasan pegas yang diberi gaya luar lalu dilepaskan, Sebuah bandul jika diberi simpangan ke kiri, ia akan cenderung bergerak ke kanan. Jika diberi simpangan ke kanan, ia akan menormalkan dirinya dengan bergerak ke kiri. Demikian juga sebuah pegas, jika ditekan dia balik menekan. Namun jika ditarik, dia balik menarik ke arah berlawanan. Inilah yang disebut dengan bergetar.karena cenderung melawan dan mempertahankan dirinya dalam keadaan normal, geraknya bolak balik di sekitar titik kesetimbangan dalam waktu yang sama.

Getaran harmonis dalam kehidupan sehari-hari tidak dapat mempertahankan gerakannya dikarenakan adanya hambatan udara. Hal ini dapat diperhatikan dari Gerakan bandul tali yang lama kelamaan simpangannya mengecil.

Sebuah pegas bila ditarik ke bawah, atau ditekan ke atas pasti akan bergerak berlawanan dengan gayanya. Ini berarti ada gaya yang mengembalikan ke posisi setimbangnya. Gaya apa itu? Gaya tersebut adalah gaya pemulih, yaitu gaya yang dimiliki benda elastis untuk mengembalikan ke posisi semula. Akan tetapi, sesampainya di posisi awal (posisi setimbang) benda tidak berhenti, mengapa demikian? Mari kita



bahas masalah ini.

Gambar 51. Sistem Pegas-massa

Saat benda yang tergantung pada pegas ditarik ke bawah, dan kemudian dilepas, tentunya posisinya pada simpangan maksimum. Berapa kecepatannya saat itu? Dan berapa pula percepatannya? Ya tentunya kecepatannya nol. Percepatannya disebabkan adanya gaya pemulih yang bernilai maksimum. Oleh karena itu menurut hukum Newton benda dipercepat sehingga sampai pada titik setimbang benda berkecepatan maksimum. Berapa percepatannya sampai di titik setimbang? Tentunya percepatannya nol, karena gaya pemulihnya pada titik setimbang nol. Adapun beban tetap bergerak naik, itu karena dia punya kecepatan. Percepatan negatif berangsur-angsur bertambah, seiring bertambahnya gaya pemulih, hingga akhirnya berhenti pada simpangan maksimum di posisi teratas. Waktu tempuh dari posisi terbawah sampai posisi setimbang sama dengan waktu tempuh dari posisi teratas hingga posisi setimbang. Demikian seterusnya sehingga terjadi getaran harmonik.

Dengan mengamati pergerakan beban pada pegas pada gambar 6.5 besaran- besaran apa sajakah yang menentukan gerak beban yang bergetar harmonis?

Terdapat beberapa besaran yang tampak dari gambar tersebut, yaitu:

- Amplitudo** (A): adalah simpangan maksimum yang dicapai oleh getaran.
- Periode Getaran** (T) adalah waktu yang diperlukan untuk melakukan 1 kali getaran (satu getaran sempurna). Yang dimaksud satu getaran sempurna adalah dari gerak dari posisi awal kembali ke posisi awal kembali.
- Frekuensi Getaran** (f) adalah jumlah getaran yang dilakukan dalam 1 sekon

$$f = \frac{1}{T}$$

Bagaimana dengan besaran yang lain? Bagaimana persamaan getarannya? Benda bergerak dipercepat menurut hukum Newton :

$$\sum F = ma$$

Sehingga dapat diperoleh :

$$\sum F = -ky = ma$$

Persamaan diatas merupakan dasar dari gerak harmonik sederhana (GHS). GHS merupakan proyeksi dari gerak melingkar beraturan. Tentunya besaran-besaran yang ada pada GMB juga berlaku pada GHS. Besaran- besaran tersebut adalah:

Kecepatan sudut: yaitu sudut yang ditempuh setiap satuan waktu, dan dilambangkan dengan.

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \text{ rad/s}$$

Sudut fase (θ) adalah sudut yang ditempuh oleh suatu titik selama melakukan GHS atau GMB, dan besarnya:

$$\theta = \omega t$$

Fase getaran (φ) adalah perbandingan antara lamanya titik yang bergetar (t) dengan periodenya (T), atau perbandingan antara sudut fase (θ) dan sudut fase maksimum ($2\pi f$).

$$\varphi = \frac{t}{T} = \frac{\theta}{2\pi}$$

Beda Fase ($\Delta \varphi$) adalah selisih fase antara dua posisi titik yang melakukan getaran harmonis, yang besarnya:

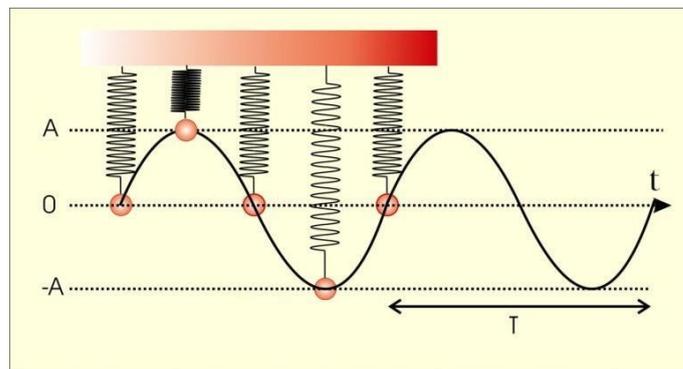
$$\Delta \varphi = \frac{\Delta t}{T} = \frac{\Delta \theta}{2\pi}$$

Simpangan (y) adalah posisi suatu titik yang bergetar selaras terhadap titik kesetimbangan. Dengan memasukkan persamaan θ , persamaan simpangan terhadap waktu dapat dirumuskan:

$$y(t) = A \sin(\omega t + \theta_0)$$

Nilai θ_0 bergantung pada keadaan awal saat $t = 0$

Grafik fungsi simpangan (y) terhadap waktu (t) dapat diamati pada gambar



Gambar 52. Grafik simpangan terhadap waktu t

Nilai kecepatan sudut pada gerak pegas seperti diatas, memenuhi persamaan:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Kecepatan getaran (v) adalah perubahan perpindahan terhadap waktu. Jadi kecepatan getaran merupakan turunan pertama dari perpindahan atau simpangan:

$$v = \frac{dy}{dt} = \frac{d(A \sin(\omega t + \theta_0))}{dt}$$

$$v = A \omega \cos(\omega t + \theta_0)$$

Percepatan getaran (a) adalah perubahan kecepatan terhadap waktu. percepatan getaran merupakan turunan pertama dari kecepatan atau turunan kedua dari simpangan:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d(A\omega \cos(\omega t + \theta_0))}{dt}$$

$$a = -\omega^2 A \sin(\omega t + \theta_0) = -\omega^2 y$$

Contoh:

Sebuah benda bermassa $m = 0,25$ kg melakukan osilasi dengan periode 0,2 sekon dan amplitudo $A = 5 \cdot 10^{-2}$ m. Pada saat simpangannya $y = 2 \cdot 10^{-2}$ m, hitunglah

(a) percepatan benda, (b) Konstanta pegas (c) gaya pemulih

Jawab:

$M = 0,25$ kg, $T = 0,2$ sekon, $A = 5 \cdot 10^{-2}$ m, $y = 2 \cdot 10^{-2}$ m

Percepatan :

$$a = -\omega^2 y = 19,72 \text{ m/s}^2$$

Konstanta pegas: $k = \omega^2 m = 246,49 \text{ N/m}$

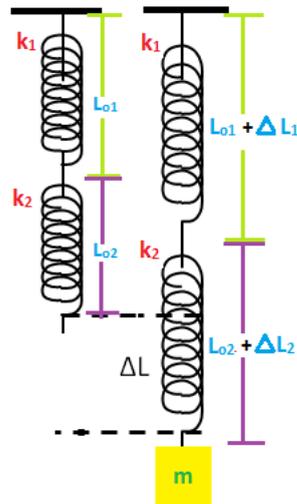
Gaya Pemulih : $F = ky = 4,93 \text{ N}$

Susunan Beberapa Pegas

Beberapa pegas, dapat disusun menjadi suatu system pegas yang memiliki elastisitas yang berbeda dari pegas aslinya. Beberapa pegas dapat disusun menjadi seri atau parallel.

Susunan Seri

Misalkan dua benda elastis dengan koefisien pegas k_1 dan k_2 disusun seri seperti pada gambar.



Gambar 53. Susunan seri

Sebelum diberi beban, panjang masing-masing pegas adalah L_{01} dan L_{02} .
Ketika ditarik dengan beban $W = mg$, maka:

- pegas atas bertambah sejauh ΔL_1
- pegas bawah bertambah sejauh ΔL_2
- pertambahan panjang total susunan pegas adalah:

$$\Delta L = \Delta L_1 + \Delta L_2$$

Gaya yang bekerja pada benda elastis atas dan benda bawah sama besarnya, dan sama dengan gaya yang diberikan oleh beban, maka:

$$W = k_1 \Delta L_1$$

$$\text{atau } \Delta L_1 = \frac{W}{k_1}$$

$$W = k_2 \Delta L_2$$

$$\text{atau } \Delta L_2 = \frac{W}{k_2}$$

Jika k_{seri} adalah koefisien pengganti untuk susunan dua benda elastis di atas, maka berlaku:

$$W = k_{\text{seri}} \Delta L, \text{ atau}$$

$$\Delta L = \frac{W}{k_{\text{seri}}}$$

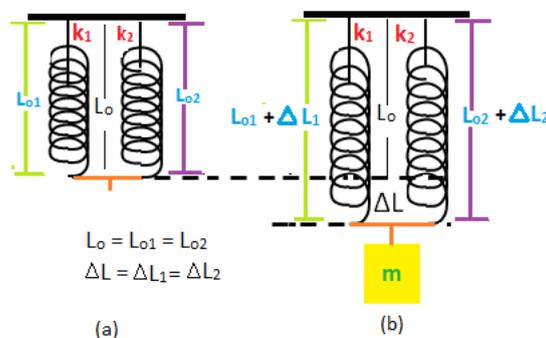
dari persamaan panjang total diketahui bahwa $\Delta L = \Delta L_1 + \Delta L_2$, sehingga didapatkan:

$\frac{W}{k_{seri}} = \frac{W}{k_1} + \frac{W}{k_2}$, unsur W bisa dihilangkan karena tiap suku dibagi W , maka akan diperoleh

$$\frac{1}{k_{seri}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \dots$$

Susunan Paralel

Berikut ini adalah gambar dari dua buah pegas yang disusun paralel, kemudian digantungi beban bermassa m yang memberikan gaya luar sebesar mg . Akibatnya, kedua pegas bertambah panjang.



Gambar 54a. susunan paralel kondisi setimbang

Gambar 55. susunan paralel kondisi diberi gaya

Sebelum mendapat beban, panjang masing-masing benda elastis tersebut adalah L_0 . Ketika diberi beban, kedua benda elastis mengalami pertambahan panjang yang sama besar ΔL . Gaya W yang dihasilkan beban, terbagi pada dua benda elastis tersebut, masing-masing besarnya F_1 dan F_2 .

$$F_1 = k_1 \Delta \text{ dan } F_2 = k_2 \Delta L$$

Jika $k_{paralel}$ adalah koefisien efektif susunan benda, maka terpenuhi:

$$W = k_{paralel} \Delta L$$

Karena gaya ke bawah dan jumlah gaya ke atas pada beban harus sama maka:

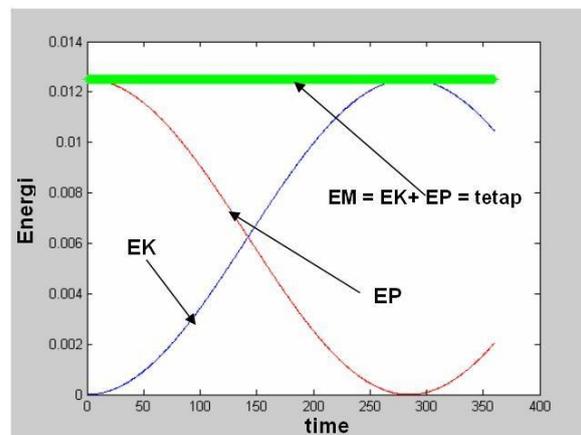
$$W = F_1 + F_2 \text{ atau } k_{paralel} \Delta L = k_1 \Delta L + k_2 \Delta L,$$

dengan menghilangkan ΔL pada kedua ruas, diperoleh:

$$k_{paralel} = k_1 + k_2 + \dots$$

Energi pada Getaran Harmonik Sederhana

Sesuai dengan hukum kekekalan energi, bahwa energi mekanik pada suatu Gerakan mekanik adalah tetap, maka hal yang sama juga berlaku pada Gerak Harmonis Sederhana. Saat energi kinetik maksimum, tentunya energi potensialnya minimum. Ini terjadi saat simpangannya sama dengan nol. Jadi energi kinetik maksimum atau kecepatan maksimum terjadi pada titik kesetimbangan. Bagaimana dengan percepatannya? Di mana posisi benda saat percepatannya maksimum? Ya tentunya pada posisi simpangan maksimum, atau $y = A$. Perubahan energi potensial dan energi kinetik pada GHS dapat diamati pada grafik yang disajikan pada gambar berikut.



Gambar 55. Grafik energi potensial dan energi kinetik terhadap waktu

Contoh:

Sebuah gerak harmonik sederhana mempunyai amplitudo $A = 6$ cm. Berapakah simpangan getarannya ketika kecepatannya $1/3$ kali kecepatan maksimum?

Jawab:

$$v = 1/3 v_{maks}$$

Persamaan energi mekanik :

$$E_M = E_p + E_k$$

$$\frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}ky^2 + \frac{1}{2}mv^2$$

$$k(A^2 - y^2) = m\left(\frac{1}{3}v_m\right)^2$$

$$k(A^2 - y^2) = m\frac{1}{9}(A\omega)^2$$

$$\frac{k}{m}(A^2 - y^2) = \frac{1}{9}A^2\omega^2$$

$$A^2 - y^2 = \frac{1}{9}A^2$$

$$y^2 = \frac{8}{9}A^2$$

$$y = \frac{1}{3}A\sqrt{2} = 4\sqrt{2} \text{ cm}$$

D. Rangkuman

Tegangan adalah besarnya gaya yang bekerja pada permukaan benda per satuan luas dan dirumuskan:

$$\text{Tegangan tarik} = \frac{\text{Gaya (N)}}{\text{Luas (m}^2\text{)}}$$

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

Regangan tarik adalah pertambahan panjang (Δl) pada suatu benda yang diberi gaya tarikan pada permukaan yang berseberangan dibandingkan dengan panjang mula-mula (l_0).

$$\text{Regangan tarik} = \frac{\text{pertambahan panjang}}{\text{panjang mula - mula}}$$

$$e = \frac{\Delta l}{l_0}$$

Modulus elastisitas atau **modulus Young** adalah perbandingan antara tegangan dan regangan, dan nilai modulus Young konstan untuk suatu bahan.

$$\text{Modulus Young} = \frac{\text{tegangan}}{\text{regangan}}$$

$$Y = \frac{\sigma}{e} = \frac{F/A}{\Delta l/l_0} = \frac{F \cdot l_0}{A \cdot \Delta l}$$

Hukum Hooke : Pertambahan panjang yang terjadi apabila pada benda diberikan gaya tarik, akan sebanding dengan gaya tarik tersebut.

$$\vec{F} = -k\vec{\Delta x}$$

Dengan : F = gaya Tarik (N)

k = tetapan elastisitas pegas

Δx = perubahan Panjang pegas (m)

Frekuensi getaran (f) adalah jumlah getaran yang dilakukan dalam 1 sekon

$$f = \frac{1}{T}$$

dengan : f = frekuensi (hertz)

T = periode (sekon)

Persamaan Gerak Harmonik Sederhana

$$\sum F = -ky = ma$$

Kecepatan sudut: yaitu sudut yang ditempuh setiap satuan waktu, dan dilambangkan dengan.

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \text{ rad/s}$$

Sudut fase (θ) adalah sudut yang ditempuh oleh suatu titik selama melakukan GHS atau GMB, dan besarnya:

$$\theta = \omega t$$

Fase getaran (φ) adalah perbandingan antara lamanya titik yang bergetar (t) dengan periodenya (T), atau perbandingan antara sudut fase (θ) dan sudut fase maksimum ($2\pi f$).

$$\varphi = \frac{t}{T} = \frac{\theta}{2\pi}$$

Beda Fase ($\Delta \varphi$) adalah selisih fase antara dua posisi titik yang melakukan getaran harmonis, yang besarnya:

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta t}{T} = \frac{\Delta\theta}{2\pi}$$

Simpangan (y) adalah posisi suatu titik yang bergetar selaras terhadap titik kesetimbangan.

$$y(t) = A\sin(\omega t + \theta_0)$$

Kecepatan getaran (v) adalah perubahan perpindahan terhadap waktu.

$$v = \frac{dy}{dt} = \frac{d(A\sin(\omega t + \theta_0))}{dt}$$

$$v = A\omega \cos(\omega t + \theta_0)$$

Percepatan getaran (a) adalah perubahan kecepatan terhadap waktu.

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d(A\omega \cos(\omega t + \theta_0))}{dt}$$

$$a = -\omega^2 A \sin(\omega t + \theta_0) = -\omega^2 y$$